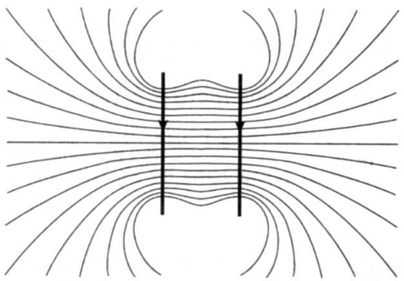
Magnétostatique

Exercice 1. Champ magnétique créé par une bobine plate.
On considère une bobine formée de N spires circulaires très proches les unes des autres parcourues par un courant électrique d'intensité I constante.
1. Montrer par des arguments de symétrie que, sur l'axe, le vecteur champ magnétique $\mathbf{B}$ est porté par l'axe et se met sous la forme $\mathbf{B} = B_z(z)\mathbf{e}_z$.
2. Calculer le champ magnétique créé en un point M de l'axe, tel que $\overline{OM} = z$ en fonction de z, puis de l'angle α sous lequel on voit un rayon de la spire à partir du point M. On posera $B_z(0) = B_0$ et $B_z(z) = B_0.F\left(\dfrac{z}{R}\right)$.
3. Tracer le graphe représentant les variations de la fonction $F\left(\dfrac{z}{R}\right)$.

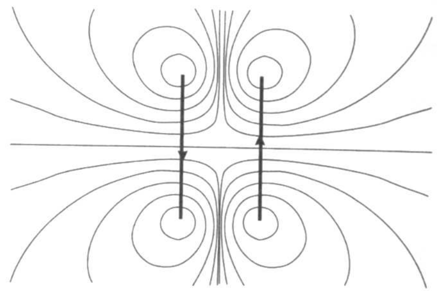
Exercice 2. Association de deux bobines coaxiales.
L'association de deux bobines coaxiales est un dispositif expérimental très utilisé. Suivant le sens des courants dans ces bobines, il est ainsi possible de créer une zone de champ magnétique pratiquement uniforme ou, au contraire, une zone de gradient de champ uniforme. Les deux bobines de rayon R sont placées symétriquement par rapport à l'origine O aux abscisses $z_1 = \dfrac{d}{2}$ et $z_2 = -\dfrac{d}{2}$.
1. Montrer que le champ magnétique sur l'axe Oz est colinéaire à cet axe.
2. Les courants circulent dans le même sens
2.1. Quelle est la parité de la fonction $B_z(z)$ dans ce cas ?
2.2. Donner l'allure de $B_z(z)$ si $d \gg R$ (bobines très éloignées) puis si $d \ll R$ (bobines pratiquement accolées)



2.3. La figure ci contre représente les lignes de champ magnétique créé par ces bobines lorsque $d = R$. On parle alors des bobines de Helmholtz. Commentez l'allure de cette carte et préciser l'orientation des lignes de champ.
2.4. Pour justifier l'intérêt de l'espacement particulier $d = R$ des bobines, on rappelle que :
a. le champ magnétique créé par une spire circulaire sur son axe présente un point d'inflexion aux points distants de $\dfrac{R}{2}$ de son centre.
b. Une fonction f d'une variable x admet un développement limité au point x_0 de la forme :

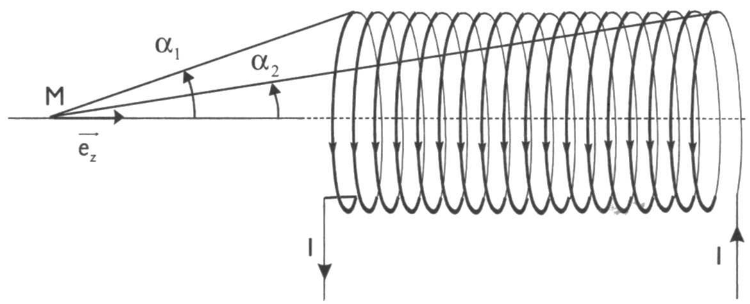
$$f(x) \simeq f(x_0) + \left(\frac{df}{dx}\right)_{x_0}(x - x_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)_{x_0}(x - x_0)^2$$

Montrer que $\left(\dfrac{dB_z}{dz}\right)_{z=0} = 0$ quel que soit l'espacement d, mais que $\left(\dfrac{d^2B_z}{dz^2}\right)_{z=0} = 0$ uniquement si $d = R$. Conclure.



3. Les courants circulent en sens inverse
3.1. Quelle est la parité de la fonction $B_z(z)$ dans ce second cas ?
3.2. Donner l'allure de $B_z(z)$ si $d = R$.
3.3. La figure ci-contre représente les lignes de champ magnétique créé par ces bobines lorsque $d = R$. Commentez l'allure de cette carte et préciser l'orientation des lignes de champ.

Exercice 3. Solénoïde de section circulaire allongé.
Un solénoïde parcouru par un courant d'intensité I comporte, bobiné sur une seule couche, n spires par unité de longueur, jointives et ayant le même rayon R. On désigne par α_1 et α_2, les deux angles sous lesquels d'un point M de l'axe, on voit respectivement la première et la dernière spire du solénoïde.
1. Calculer la norme de l'induction magnétique $\mathbf{B}$ au point M en fonction de α_1, α_2, I, n et μ_0.



2. En déduire la norme du champ magnétique $\mathbf{B}_0$ au centre O du solénoïde et le champ magnétique $\mathbf{B}_A$ au centre A de la dernière spire.
3. Les figures ci-dessous représentent les lignes de champ de deux solénoïdes de même rayon R et de même densité de spires n, mais de longueur différentes : $L_1 = 3R$ et $L_2 = 5R$. Commentez ces cartes et comparer les normes des champs magnétiques au centre et au milieu d'une face de sortie à celle du champ d'un solénoïde infini de même densité de spires.