

Filtres

Exercice 1. Étude d'un circuit (R,L,C) parallèle (d'après concours).

1.

$$L = \frac{2}{(C_1 + C_2)\omega^2} = 220 \text{ mH} \text{ et } I = E \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} = 30 \text{ mA}$$

2.

$$C_0 = \frac{C_1 + C_2}{2} = 4,6 \mu\text{F} \text{ circuit purement résistif, si } R \text{ grand } I_0 \text{ faible d'où "circuit bouchon"}^2$$

3.

a.

$$P = \frac{RI^2}{1 + R^2 \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} = RI_0^2 = P_{max} \text{ si } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

b.

$$Q = RC\omega_0$$

c.

$$P = \frac{P_{max}}{2} \text{ donne } Q\left(x - \frac{1}{x}\right) = \pm 1 \text{ et } \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{1}{Q} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

d.

$$U_{max} = Q \sqrt{\frac{L}{C}} I$$

e.

$$I_C = xQ \frac{I}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$I_{C_{max}} = \frac{2Q^2 I}{\sqrt{4Q^4 - 1}} \text{ possible si } Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Exercice 2. Fonction de transfert d'un filtre RC (d'après concours).

1.

1.1.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

1.2.

$$H = \frac{S}{E} \text{ et } \varphi \text{ déphasage de } s \text{ par rapport à } e$$

1.2.a.

$$\text{si } \omega \rightarrow 0, G_{dB} \rightarrow 0$$

$$\text{si } \omega \rightarrow +\infty, G_{dB} \rightarrow -20 \log RC\omega$$

$$G_{dB} = -3 \text{ dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ donne } RC\omega_c = 1 \text{ ou encore } \nu_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

l'intersection des asymptotes $-20 \log RC\omega = 0$ donne aussi $RC\omega = 1$ bande passante $[0, \omega_c]$

$$G_{dB}(0) = 0$$

atténuation -20 dB/décade

1.2.b.

$$\text{si } \omega \rightarrow 0, \varphi \rightarrow 0$$

$$\text{si } \omega \rightarrow +\infty, \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

à la fréquence de coupure $\varphi_c = -\frac{\pi}{4}$

1.3.

$$\nu_c = 4980 \text{ Hz}$$

2.

2.1.a.

$$H_1(j\omega) = \frac{H_1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{c1}}} \text{ avec } H_1 = \frac{R_0}{R + R_0} \text{ et } \nu_{c1} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_0 + R}{R_0 R (C_0 + C)}$$

2.1.b.

$$G_{1dB} = -0,04 \text{ pour (1) et } -4,51 \text{ pour (2)}$$

$$\nu_{c1} = 4981 \text{ Hz pour (1) et } 5106 \text{ Hz pour (2)}$$

2.2.

2.2.a.

$$H_2(j\omega) = \frac{\frac{R_0}{R + R_0}}{1 + j\frac{R_0 R}{R + R_0} (C_0 + C + \Gamma l)\omega}$$

$$\nu_{c2} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_0 + R}{R_0 R (C_0 + C + \Gamma l)}$$

2.2.b.

$$\Gamma = \frac{(\nu_{c2} - \nu_{c1})(C + C_0)}{\nu_{c1} l_1 - \nu_{c2} l_2} = 105 \text{ pF/m}$$

Exercice 3. Filtre atténuateur.

1.

à basse fréquence, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert

$$\text{d'où } v_s = \frac{2}{3}v_e$$

à haute fréquence, le condensateur se comporte comme un interrupteur fermé

$$\text{d'où } v_s = \frac{1}{2}v_e$$

2.

$$H_0 = \frac{2}{3}, \omega_1 = \frac{3}{4RC} \text{ et } \omega_2 = \frac{1}{RC} > \omega_1$$

3.

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{\underline{H}_1(j\omega)}{\underline{H}_2(j\omega)}$$