

Magnétostatique

Table des matières

1	Phénomènes magnétiques	1
2	Les sources du champ magnétostatique	1
3	Champ magnétostatique	1
3.1	Force entre deux circuits	1
3.2	Formule de Biot et Savart	1
3.3	Formule de Laplace	1
3.4	Exemples de calcul direct	1
3.5	Lignes de champ	2
4	Invariances et symétries	2
4.1	Invariances	2
4.2	Plan de symétrie et plan d'antisymétrie	2
5	Potentiel vecteur (2 ^e année)	2
6	Théorème d'Ampère	2
7	Synthèse - Flux du champ magnétostatique	3

1 Phénomènes magnétiques

Les matériaux ferromagnétiques (ex. oxyde de fer Fe_3O_4) sont naturellement aimantés. Ils présentent deux pôles qui ne peuvent pas être isolés : deux pôles identiques se repoussent, deux pôles différents s'attirent.

Les matériaux paramagnétiques (ex. fer à l'état métallique) sont sensibles au magnétisme sans être aimantés eux-mêmes.

Une force magnétique s'exerce entre un circuit parcouru par un courant et un matériau magnétique, et entre deux circuits parcourus par des courants.

2 Les sources du champ magnétostatique

Il n'existe pas de charge magnétique comme il existe des charges électriques.

La description des phénomènes magnétostatiques peut-être ramenée à l'action de courants, sources de champ magnétostatique, sur d'autres courants

3 Champ magnétostatique

3.1 Force entre deux circuits

Soit deux éléments de circuits $d\mathbf{l}_1$ en P et $d\mathbf{l}_2$ en M respectivement parcourus par I_1 et I_2

$$d\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\mu_0 I_2 d\mathbf{l}_2 \wedge (I_1 d\mathbf{l}_1 \wedge \mathbf{PM})}{4\pi PM^3}$$

3.2 Formule de Biot et Savart

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \int_{M \in \mathcal{C}_2} I_2 d\mathbf{l}_2 \wedge \int_{P \in \mathcal{C}_1} \frac{\mu_0 I_1 d\mathbf{l}_1 \wedge \mathbf{PM}}{4\pi PM^3} = \int_{M \in \mathcal{C}_2} I_2 d\mathbf{l}_2 \wedge \mathbf{B}_1(M)$$

Le champ magnétostatique créé au point M par un circuit

$$\mathbf{B}(M) = \int_{P \in \mathcal{C}} \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \wedge \mathbf{PM}}{4\pi PM^3}$$

en tesla (T) avec $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ perméabilité du vide.

3.3 Formule de Laplace

La force exercée sur un circuit plongé dans un champ magnétostatique vérifie

$$\mathbf{F} = \int_{M \in \mathcal{C}} I d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}(M)$$

3.4 Exemples de calcul direct

Soit une portion de fil d'axe Oz parcouru par un courant d'intensité I . Calculer le champ magnétostatique en un point M situé à une distance r de l'axe. On donnera le résultat en fonction de α_1 et α_2 angles sous lesquels M voit les extrémités du fil.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \mathbf{e}_\theta$$

Si la longueur du fil est grande par rapport à r alors

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta$$

Soit une boucle de rayon R parcourue par un courant d'intensité I . Calculer le champ magnétostatique en un point M de l'axe de la boucle. On notera α l'angle sous lequel M voit la boucle.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r} \sin^3 \alpha \mathbf{e}_z$$

3.5 Lignes de champ

Une **ligne de champ** est tangente en chacun de ses points M au champ $\mathbf{B}(M)$.

Deux lignes de champ ne peuvent se couper que si $\mathbf{B}(M) = 0$ ou $\mathbf{B}(M)$ non défini.

4 Invariances et symétries

4.1 Invariances

Comme son analogue électrostatique, le champ magnétostatique présente les mêmes invariances que ses sources : les courants électriques.

Si les courants sont invariants par rotation et/ou par translation, \mathbf{B} ne dépend pas des variables associées.

4.2 Plan de symétrie et plan d'antisymétrie

Une distribution est symétrique par rapport à un plan Π si, pour tout point M il existe un symétrique M' , et si

$$I d\mathbf{l}(M) = \text{sym} I d\mathbf{l}(M')$$

Une distribution est antisymétrique par rapport à un plan Π^* si, pour tout point M il existe un symétrique M' , et si

$$I d\mathbf{l}(M) = -\text{sym} I d\mathbf{l}(M')$$

Nous généralisons les observations des cartes de champ :

\mathbf{B} est transformé en son antisymétrique par un plan Π

$$\mathbf{B}(M') = -\text{sym} \mathbf{B}(M)$$

d'autre part

$$\mathbf{B}(M \in \Pi) \perp \Pi$$

\mathbf{B} est transformé en son symétrique par un plan Π^*

$$\mathbf{B}(M') = \text{sym} \mathbf{B}(M)$$

d'autre part

$$\mathbf{B}(M \in \Pi^*) \in \Pi^*$$

5 Potentiel vecteur (2^eannée)

L'équivalent de V appelé potentiel vecteur et noté \mathbf{A} n'est pas au programme de première année.

6 Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétostatique le long d'une courbe orientée fermée \mathcal{C} est égal à la somme algébrique des courants enlacés par ce contour

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{enlace}}$$

Vérifions en calculant la circulation le long d'un cercle de rayon r enlaçant un fil infini parcouru par un courant d'intensité I :

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta \cdot r d\theta \mathbf{e}_\theta = \mu_0 I$$

7 Synthèse - Flux du champ magnétostatique

	\mathbf{E}	\mathbf{B}
circulation	$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$	$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{enlace}}$
flux	$\oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}_{\text{ext}} dS = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}_{\text{ext}} dS = 0$

\mathbf{E} est à circulation conservative.

\mathbf{B} tourne autour des courants.

\mathbf{E} diverge (ou converge) à partir des charges.

Nous admettrons donc le caractère conservatif du flux de \mathbf{B} .

Ce qui nous permet de montrer (sur un tube de champ) que lorsque les lignes de champ \mathbf{B} se resserrent, le champ augmente, lorsqu'elles sont parallèles le champ est constant et lorsqu'elles s'écartent, le champ diminue. Idem pour \mathbf{E} dans une zone vide de charge.