

Miroirs sphériques et lentilles minces dans l'approximation de Gauss

Expériences et simulations permettent de conclure que les miroirs et les lentilles sphériques ne donnent d'un point A une unique image A' que dans certaines conditions appelées conditions de Gauss :

Les rayons lumineux sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe.

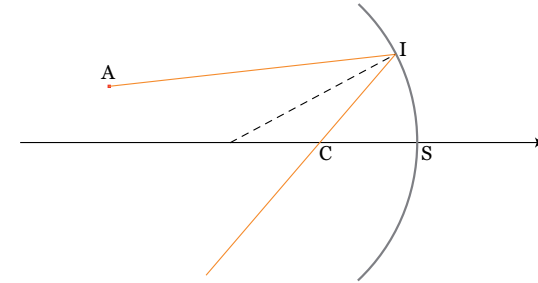
Table des matières

1 Miroirs sphériques	1
1.1 Miroir concave (convergent) ou convexe (divergent)	1
1.2 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss	1
1.3 Points particuliers - Distance focale - Vergence	1
1.4 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focal	2
1.5 Modélisation du miroir sphérique et constructions géométriques	2
1.5.1 Modélisation	2
1.5.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe	3
1.5.3 Construction d'un rayon réfléchi	3
1.6 Relations de conjugaison et grandissement	4
1.7 Le miroir plan (vu comme un limite du miroir sphérique)	4
2 Lentilles minces	4
2.1 Définition	4
2.2 Lentille mince convergente ou divergente	5
2.3 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss - Vergence	5
2.4 Points particuliers - Distance focale	5
2.5 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plans focaux	5
2.6 Modélisation de la lentille mince et constructions géométriques	6
2.6.1 Modélisation	6
2.6.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe	6
2.6.3 Construction d'un rayon transmis	6
2.7 Relations de conjugaison et grandissement	7

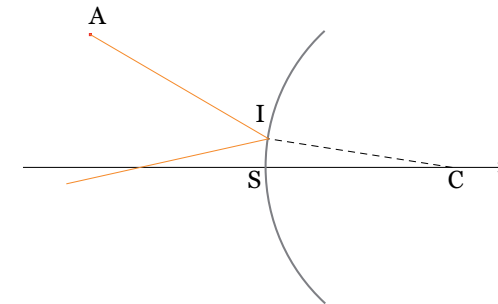
1 Miroirs sphériques

1.1 Miroir concave (convergent) ou convexe (divergent)

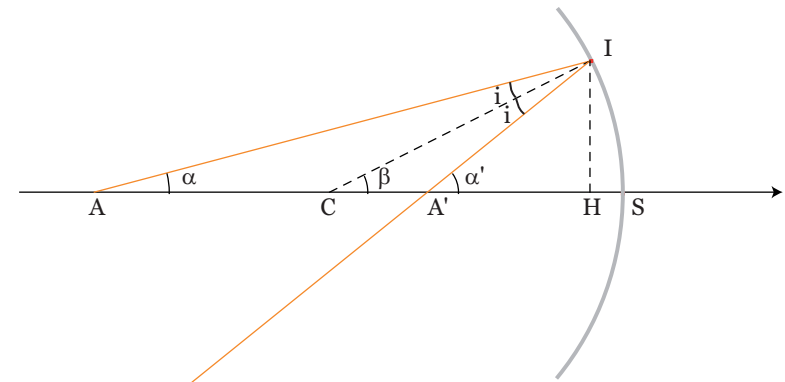
Miroir concave :



Miroir convexe :



1.2 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss



$$i = \beta - \alpha = \alpha' - \beta \Rightarrow \alpha + \alpha' = 2\beta$$

Dans les conditions de Gauss où les rayons sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe :

$$\alpha \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA}} \quad \alpha' \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}} \quad \beta \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SC}}$$

d'où la **relation de conjugaison** (indépendante du rayon considéré)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

On parle de **stigmatisme approché**

$$A \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'$$

On dit que A' est le conjugué de A ou encore que A et A' sont conjugués.

1.3 Points particuliers - Distance focale - Vergence

Si $A = C$ alors $A' = C$

$$C \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} C$$

Si $A = A_\infty$ alors $A' = F'$

$$A_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} F'$$

F' **foyer image** tel que

$$\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = f' = \frac{1}{V}}$$

f' **distance focale image** et V **vergence**

Si $A' = A'_\infty$ alors $A = F$

$$F \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'_\infty$$

F **foyer objet** tel que

$$\boxed{\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f}$$

f **distance focale objet**

Un rayon parallèle à l'axe optique (issu d'un point à l' ∞ sur l'axe) est réfléchi en passant par F' .

Un rayon passant par F est réfléchi parallèlement à l'axe optique (« convergent » vers un point à l' ∞ sur l'axe).

1.4 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focal

Voir simulation.

Stigmatisme dans les conditions de Gauss :

$$A \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'$$

$$B \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} B'$$

Aplanétisme dans les conditions de Gauss : B' est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par A' .

De même

$$A_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} F'$$

$$B_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}}$$

le conjugué de B_∞ est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par F' appelé **plan focal**.

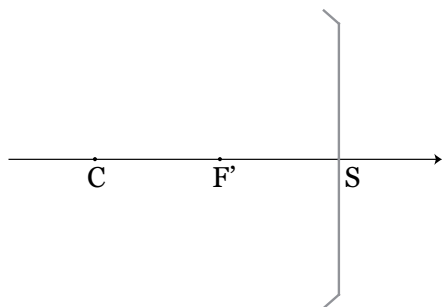
1.5 Modélisation du miroir sphérique et constructions géométriques

1.5.1 Modélisation

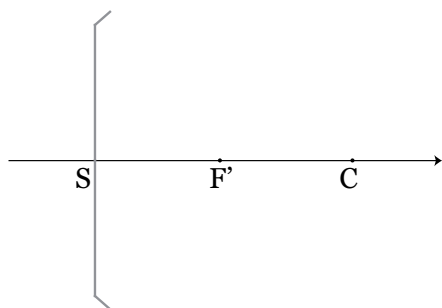
Cette modélisation concerne le miroir sphérique utilisé dans les conditions de Gauss.

On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.

Miroir concave :



Miroir convexe :



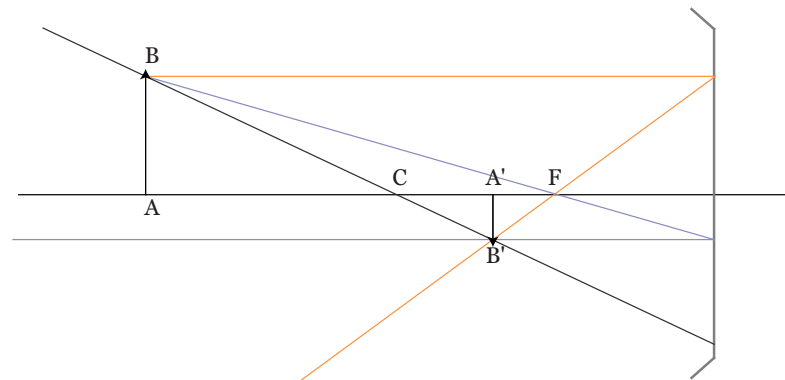
Attention, les lois de la réflexion ne sont plus vérifiées sur le schéma (sauf en S) !

1.5.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe

$$A \rightarrow B \xrightarrow{\text{stigmatisme}} B' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver B' à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

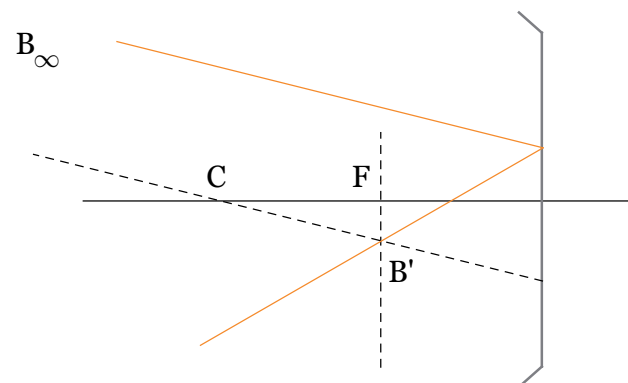
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par B est réfléchi en passant par F' ;
- Le rayon passant par B et par F est réfléchi parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par B et par C est réfléchi en repassant par C.



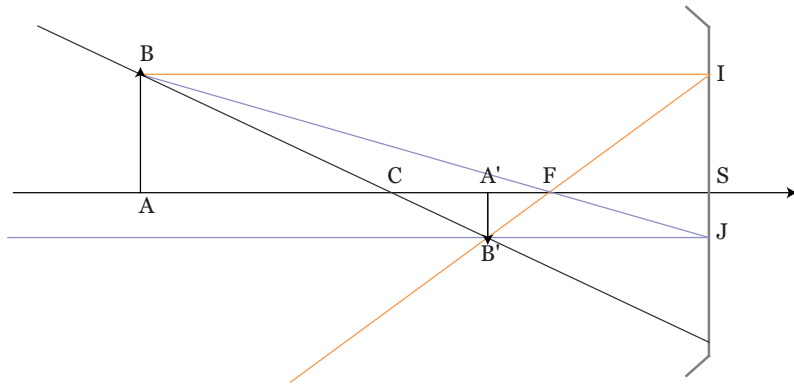
1.5.3 Construction d'un rayon réfléchi

$$B_\infty \rightarrow A_\infty \xrightarrow{\text{stigmatisme}} F' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par C (provenant aussi de B_∞) coupe le plan focal en B' conjugué de B_∞ ; Tous les rayons issus de B_∞ convergent en B' après réflexion (stigmatisme), le rayon est donc réfléchi en passant par B'



1.6 Relations de conjugaison et grandissement



Dans les triangles ABS et A'B'S

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Dans les triangles ABC et A'B'C

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}}$$

Dans les triangles ABF et SJF

$$-\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SF}}$$

Dans les triangles A'B'F et SIF

$$-\frac{\overline{A'B'}}{\overline{FA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SF}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au sommet ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

avec origine au centre

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{SF}^2 = f^2 = \frac{\overline{SC}^2}{4}}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}}}$$

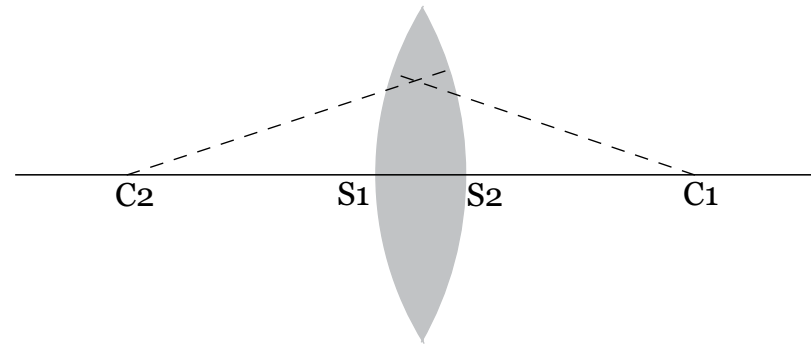
1.7 Le miroir plan (vu comme un limite du miroir sphérique)

$\overline{SC} \rightarrow \infty \Rightarrow V = 0$, le miroir plan est **afocal**

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = 0 \Rightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA} \text{ et } \gamma = +1$$

2 Lentilles minces

2.1 Définition



La lentille mince est constituée de deux dioptrés sphériques qui vérifient :

$$e = S_1S_2 \ll C_1S_1$$

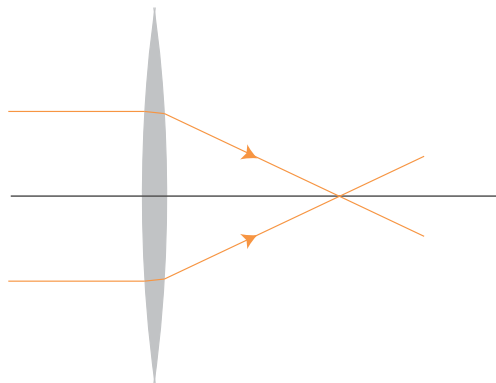
$$e \ll C_2S_2$$

$$e \ll C_1C_2$$

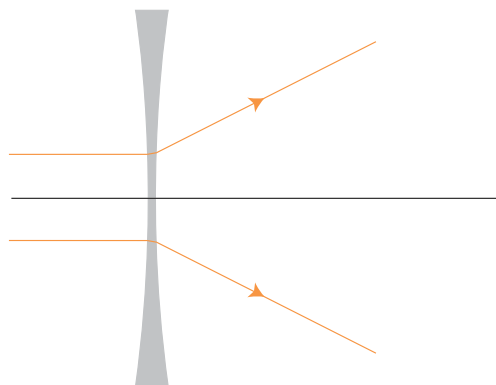
alors $S_1 \simeq S_2 \simeq O$ centre de la lentille.

2.2 Lentille mince convergente ou divergente

Lentille mince convergente :



Lentille mince divergente :



2.3 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss - Vergence

Voir simulation.

L'image d'un point est un point ?

Oui si les rayons sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe :

$$A \xrightarrow{\text{lentille mince}} A'$$

La **relation de conjugaison** donne alors la relation entre la position de A et de son conjugué A' :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V}$$

en fonction de la **vergence** $V > 0$ pour une lentille mince convergente et $V < 0$ pour une lentille mince divergente.

2.4 Points particuliers - Distance focale

Les rayons passant par le **centre** O ne sont pas déviés (on considère qu'au voisinage de O , on a une lame à faces parallèles).

$$A_\infty \xrightarrow{\text{lentille mince}} F'$$

F' **foyer image** de la lentille tel que

$$\overline{OF'} = \frac{1}{V} = f'$$

distance focale image de la lentille.

$$F \xrightarrow{\text{lentille mince}} A'_\infty$$

F **foyer objet** de la lentille tel que

$$\overline{OF} = -\frac{1}{V} = f$$

distance focale objet de la lentille.

Les foyers objet et image sont donc symétriques par rapport à O .

2.5 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plans focaux

Voir expérience ou simulation.

Si

$$A_\infty \xrightarrow{\text{lentille mince}} F'$$

alors

$$B_{\infty} \xrightarrow{\text{lentille mince}} B'$$

B' appartenant au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' , plan appelé **plan focal image**.

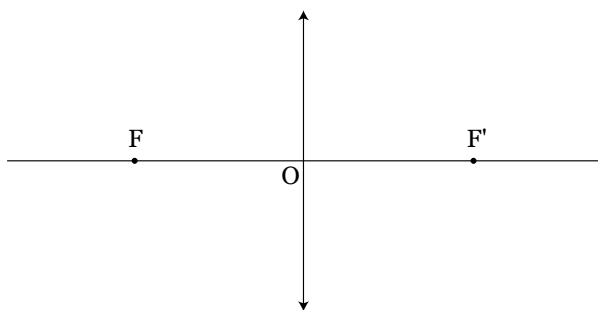
De même le conjugué de B'_{∞} appartient au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F , plan appelé **plan focal objet**.

2.6 Modélisation de la lentille mince et constructions géométriques

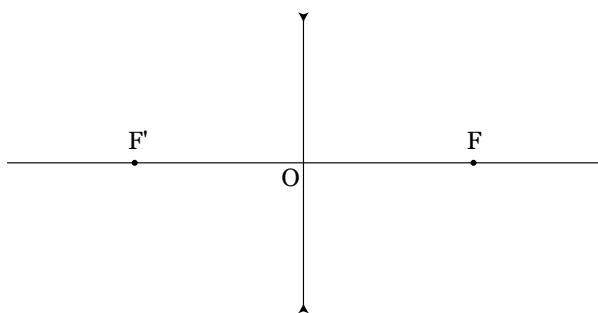
2.6.1 Modélisation

Cette modélisation concerne la lentille mince utilisée dans les conditions de Gauss. On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.

Lentille mince convergente :



Lentille mince divergente :



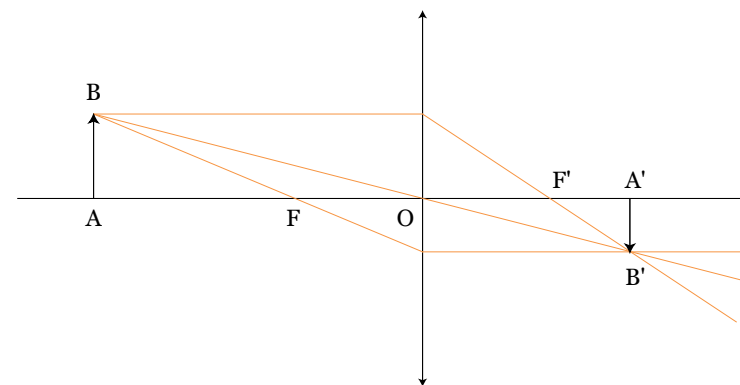
Attention, les lois de la réfraction ne sont plus vérifiées sur le schéma !

2.6.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe

$$A \rightarrow B \xrightarrow{\text{stigmatisme}} B' \xrightarrow{\text{aplanétisme}} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver B' à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

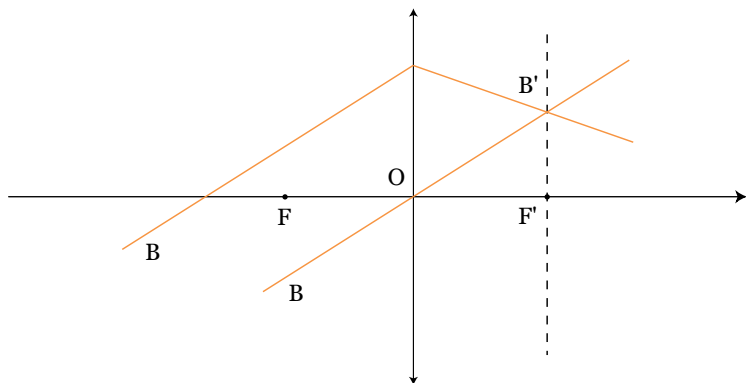
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par B est transmis en passant par F' ;
- Le rayon passant par B et par F est transmis parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par B et par O n'est pas dévié.



2.6.3 Construction d'un rayon transmis

$$B_{\infty} \rightarrow A_{\infty} \xrightarrow{\text{stigmatisme}} F' \xrightarrow{\text{aplanétisme}} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par O (provenant aussi de B_{∞}) coupe le plan focal en B' conjugué de B_{∞} ; Tous les rayons issus de B_{∞} convergent en B' après transmission (stigmatisme), le rayon est donc transmis en passant par B'



2.7 Relations de conjugaison et grandissement

Dans les triangles ABO et A'B'O

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$$

Dans les triangles ABF et OJF

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF}}$$

Dans les triangles A'B'F' et OIF'

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au centre ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'} = -f'^2}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$